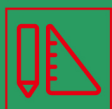
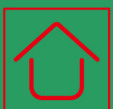




教育图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

经浙江省中小学教辅材料
评议委员会评议通过

全品智能作业

学·练·考

主编 肖德好

练习册

本册主编 徐国平

高中数学

选择性必修第二册 RJA 浙江省

长江出版传媒
崇文书局

CONTENTS

目录

第四章 数列

4.1 数列的概念 001

第1课时 数列的概念与表示 001

第2课时 数列的递推公式与前 n 项和 003

4.2 等差数列 005

4.2.1 等差数列的概念 005

第1课时 等差数列的概念与通项公式 005

第2课时 等差数列的性质及实际应用 007

4.2.2 等差数列的前 n 项和公式 009

第1课时 等差数列的前 n 项和公式 009

第2课时 等差数列的前 n 项和的性质及实际 应用 011

❖ 滚动习题(一) [范围 4.1~4.2] 013

4.3 等比数列 015

4.3.1 等比数列的概念 015

第1课时 等比数列的概念与通项公式 015

第2课时 等比数列的性质及实际应用 017

第3课时 等比数列与等差数列的综合应用

..... 019

4.3.2 等比数列的前 n 项和公式 021

第1课时 等比数列的前 n 项和公式 021

第2课时 等比数列的前 n 项和的性质及实际 应用 023

专题练(一) 求数列的通项公式的常用

方法 025

专题练(二) 分组求和、倒序相加求和、并

项求和 027

专题练(三) 裂项相消求和、错位相减

求和 029

❖ 滚动习题(二) [范围 4.2~4.3] 031

4.4* 数学归纳法 033

第五章 一元函数的导数及其应用

5.1 导数的概念及其意义 035

5.1.1 变化率问题 035

5.1.2 导数的概念及其几何意义 037

第1课时 导数的概念 037

第2课时 导数的几何意义 039

第四章 数列

4.1 数列的概念

第1课时 数列的概念与表示

基础夯实

1. 下列数列中,既是递增数列又是无穷数列的是 ()
- A. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$
B. $-1, -2, -3, -4, \dots$
C. $-1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots$
D. $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{99}$
2. [2025·山东青岛二中高二月考] 数列 $1, -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{1}{4}, \dots$ 的一个通项公式为 ()
- A. $a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$
B. $a_n = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$
C. $a_n = (-1)^n \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1}$
D. $a_n = (-1)^{n+1} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1}$
3. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \begin{cases} 3n+1, & n \text{ 是奇数,} \\ 2n-2, & n \text{ 是偶数,} \end{cases}$ 则 $a_2 \cdot a_3 =$ ()
- A. 70 B. 28 C. 20 D. 8
4. 在数列 $\frac{2}{7}, \frac{3}{11}, \frac{4}{15}, \frac{5}{19}, \dots, \frac{n+1}{4n+3}, \dots$ 中, $\frac{10}{39}$ 是它的 ()
- A. 第8项 B. 第9项
C. 第10项 D. 第11项
5. [2026·浙江强基联盟高二联考] 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = n^2 + an + b, n \in \mathbf{N}^*, a, b \in \mathbf{R}$, 若数列 $\{a_n\}$ 是递增数列, 则 ()
- A. $a > -2$ B. $a < -2$
C. $a > -3$ D. $a < -3$
6. [2026·江苏苏州高二期中] 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{2n-11}{2n-13}, n \in \mathbf{N}^*$, 则数列 $\{a_n\}$ 的最小项是 ()
- A. 第1项 B. 第6项
C. 第7项 D. 第13项
7. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{1}{n(n+2)}$, 则 $a_{10} =$ _____; 若 $a_n = \frac{1}{168}$, 则 $n =$ _____.
8. 已知数列 $1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, \dots$, 则该数列的第22项为 _____.
9. (13分) 写出下列各数列的一个通项公式.
- (1) $0.9, 0.99, 0.999, 0.9999, \dots$;
(2) $1\frac{1}{2}, 2\frac{4}{5}, 3\frac{9}{10}, 4\frac{16}{17}, \dots$;
(3) $3, 5, 9, 17, \dots$;
(4) $-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{15}}{9}, \frac{\sqrt{21}}{12}, -\frac{\sqrt{3}}{5}, \dots$.

10. (13 分)[教材 P5 例 3 改编] 已知数列 $\{a_n\}$

的通项公式为 $a_n = \frac{3n-2}{3n+1}$.

(1) 求 a_{10} .

(2) $\frac{7}{10}$ 是否为该数列中的项? 若是, 它为第几项? 若不是, 请说明理由.

(3) 求证: $0 < a_n < 1$.

12. (多选题)[2025·重庆渝中高二期] 若数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2 - 4n$, 则下列说法正确的是 ()

A. 该数列中有 3 个负数

B. 该数列中有无限多个正数

C. 该数列的最小项大于函数 $f(x) = x^2 - 4x$ 的最小值

D. 该数列中的所有项为奇数或 4 的倍数

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \left| n - \frac{10}{3} \right|$, 则 a_n 的最小值为 _____, 此时 n 的值为 _____.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = 2n^2 + \lambda n + 3, n \in \mathbf{N}^*$, 且 $\{a_n\}$ 是递增数列, 则实数 λ 的取值范围是 _____.

思维探究

15. (15 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{n-3}{2^n}$, 求该数列的最大项与最小项.

素养提能

11. 意大利数学家斐波那契的《算盘书》中记载了一个有趣的数列: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, $\dots$, 这就是著名的斐波那契数列, 则该数列的前 2026 项中奇数的个数为 ()

A. 1013

B. 1350

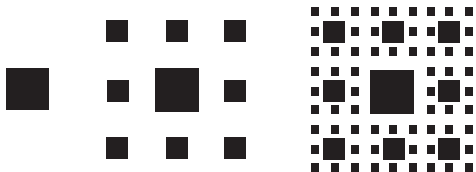
C. 1351

D. 1352

第2课时 数列的递推公式与前 n 项和

基础夯实

- 下列数列中,符合递推公式 $a_n = \sqrt{2} a_{n-1}$ ($n \geq 2$) 的数列是 ()
 A. $1, 2, 3, 4, \dots$
 B. $1, \sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}, \dots$
 C. $\sqrt{2}, 2, \sqrt{2}, 2, \dots$
 D. $0, \sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}, \dots$
- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = 2n^2$, 则 $a_4 + a_5 =$ ()
 A. 16
 B. 32
 C. 64
 D. 96
- [2026 · 重庆八中高二月考] 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 3, a_{n+1} = 1 - \frac{1}{a_n}$, 则 $a_{2026} =$ ()
 A. -3
 B. $-\frac{1}{2}$
 C. $\frac{2}{3}$
 D. 3
- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_1 = 1, a_{n+1} = 2S_n$, 则 $S_4 =$ ()
 A. 27
 B. 40
 C. 80
 D. 81
- [教材 P6 例 4 改编] 如图,在三个正方形块中,着色正方形的个数依次构成一个数列的前三项,则这个数列的一个递推公式为 ()



- $a_{n+1} = 8a_n$
- $a_{n+1} = a_n + 8n$
- $a_{n+1} = a_n + 8^{n-1}$
- $a_{n+1} = a_n + 8^n$

- 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + na_n = n(n+2)$, 则 $a_4 =$ ()
 A. 2
 B. $\frac{7}{4}$
 C. $\frac{9}{4}$
 D. $\frac{11}{4}$
- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $2a_n - 3 = S_n$, 则 $a_3 =$ _____.
- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = n^2 + 3n + 1$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 _____.
- (13 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{n}{n+1} a_n$.
 (1) 写出数列 $\{a_n\}$ 的前 5 项;
 (2) 猜想数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

10. (13 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_n = a_{n-1} + \sqrt{n+1} - \sqrt{n} (n \geq 2)$, 求 a_n .

13. [2025 · 鄂北六校高二期中] 已知函数 $y = f(x), x \in \mathbf{R}$, 且 $f(0) = 3, \frac{f(0.5)}{f(0)} = 2, \frac{f(1)}{f(0.5)} = 2, \dots, \frac{f(0.5n)}{f[0.5(n-1)]} = 2, n \in \mathbf{N}^*$, 则 $f(3) =$ _____.

14. (15 分) 已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 $S_n = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$.
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 若 $b_n = 2^{a_n} - 5a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 中的最小项.

素养提能

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = \frac{n}{n+2}a_n$, 且 $a_1 = 1$, 则 $a_n =$ ()
- A. $\frac{2}{(n+1)^2}$ B. $\frac{2}{n(n+1)}$
- C. $\frac{n}{2^n}$ D. $\frac{1}{2n-1}$
12. [2025 · 安徽蚌埠怀远一中高二月考] 斐波那契是意大利数学家, 他研究了一列数, 这列数非常奇妙, 被称为斐波那契数列. 斐波那契数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = a_2 = 1, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n (n \in \mathbf{N}^*)$, 设 $1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 + \dots + a_{2025} = a_k$, 则 $k =$ ()
- A. 2023 B. 2024
- C. 2025 D. 2026

思维探究

15. [2025 · 河南南阳六校高二期中] 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = \sqrt{2}, a_{n+1} = [a_n] + \frac{1}{\langle a_n \rangle}$ (其中 $[a_n]$ 表示 a_n 的整数部分, $\langle a_n \rangle$ 表示 a_n 的小数部分), 则 $[a_{2025}] =$ ()
- A. 2025 B. 2026
- C. 4048 D. 4049

4.2 等差数列

4.2.1 等差数列的概念

第1课时 等差数列的概念与通项公式

基础夯实

1. 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1, a_{n+1}-a_n=3$,则 $a_n=(\quad)$
A. $3n-2$ B. $3n+1$
C. $-3n+4$ D. $-3n+1$
2. 已知等差数列 $2, 0, -2, -4, \dots$,则 -48 是这个数列的 $(\quad)$
A. 第24项 B. 第25项
C. 第26项 D. 第27项
3. [2025·河南许昌高二期末] 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_5=8, 2a_3=a_2+6$,则公差 $d=(\quad)$
A. 1 B. 2
C. 3 D. 4
4. 若等差数列 $\{a_n\}$ 的首项是 -24 ,且从第10项开始大于0,则公差 d 的取值范围是 $(\quad)$
A. $[\frac{8}{3}, +\infty)$ B. $(-\infty, 3)$
C. $[\frac{8}{3}, 3)$ D. $(\frac{8}{3}, 3]$
5. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n=n-1$,则下列结论中正确的是 $(\quad)$
A. 数列 $\{a_n\}$ 是公差为 -1 的等差数列
B. 数列 $\{a_n\}$ 的图象只能在第一象限
C. 数列 $\{a_n\}$ 是有穷数列
D. 数列 $\{a_n\}$ 的图象在直线 $y=x-1$ 上
6. (多选题)下列通项公式表示的数列是等差数列的有 $(\quad)$
A. $a_n=3n+1$
B. $a_n=n^2+1$
C. $a_n=1$
D. $a_n=1-2n$
7. [2025·上海松江二中高二月考] 已知 $1, a, 5-2a$ 构成等差数列,则实数 a 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
8. 写出一个同时具有性质① $2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$,
② $a_{n+1}<a_n$ 的数列 $\{a_n\}$ 的通项公式: $a_n=\underline{\hspace{2cm}}$.
9. (13分)在等差数列 $\{a_n\}$ 中,已知 $a_2+a_5=24, a_{17}=66$.
(1)求 a_{2026} .
(2)2026是否为数列 $\{a_n\}$ 中的项?若是,为第几项?

10. (13 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = \frac{3a_{n-1}}{a_{n-1}+3}$ ($n \geq 2$ 且 $n \in \mathbf{N}^*$), 且 $a_n \neq 0$.

(1) 求证: 数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 是等差数列;

(2) 当 $a_1 = \frac{1}{2}$ 时, 求 a_{2026} .

14. (15 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1, & n \text{ 为奇数,} \\ a_n + 2, & n \text{ 为偶数.} \end{cases}$

(1) 求 a_2, a_3 ;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

素养提能

11. 在集合 $\{n | n \in \mathbf{N}, 1 \leq n \leq 500\}$ 中, 被 5 除余 3 的数共有 ()

A. 99 个 B. 100 个
C. 101 个 D. 102 个

12. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 3$, 且对任意大于 1 的正整数 n , 点 $(\sqrt{a_n}, \sqrt{a_{n-1}})$ 在直线 $x - y - \sqrt{3} = 0$ 上, 则 ()

A. $a_n = 3n$ B. $a_n = \sqrt{3n}$
C. $a_n = n - \sqrt{3}$ D. $a_n = 3n^2$

13. [2026 · 浙江杭州高二开学考] 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项积为 T_n , $a_1 = 1$, 若数列 $\left\{\frac{1}{T_n}\right\}$ 是公差为 1 的等差数列, 则 $a_{2026} =$ _____.

思维探究

15. (多选题) [2026 · 江苏镇江中学高二月考] 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 则下列结论中正确的是 ()

A. 若 $a_1 + a_2 > 0$, 则 $a_2 + a_3 > 0$
B. 若 $a_1 a_2 < 0$, 则 $a_2 a_3 > 0$
C. 若 $0 < a_1 < a_2$, 则 $a_2 > \sqrt{a_1 a_3}$
D. $(a_2 - a_1)(a_2 - a_3) > 0$

第2课时 等差数列的性质及实际应用

基础夯实

- [2026·浙江衢州高二期末] 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_4+a_7=15$, $a_6=6$,则 $a_5=$ ()
A. 3 B. 6
C. 9 D. 12
- [2026·云南师大附中高二期末] 在1与25之间插入4个数,使这6个数成等差数列,则该数列的公差为 ()
A. 4 B. 4.8
C. 5 D. 6
- 已知数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 都是等差数列,且 $a_1-b_1=2$, $a_2-b_2=1$,则 $a_5-b_5=$ ()
A. -2 B. -1
C. 1 D. 2
- 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_1+a_4+a_7=10$, $a_2+a_5+a_8=30$,则 $a_3+a_6+a_9=$ ()
A. 90 B. 70
C. 50 D. 40
- (多选题)已知 a, x_1, x_2, b 和 a, y_1, y_2, y_3, b 是两个公差为零的等差数列,则下列说法正确的是 ()
A. $x_1+x_2=2y_2$ B. $x_1+x_2=\frac{y_2}{2}$
C. $\frac{x_2-x_1}{y_3-y_1}=\frac{2}{3}$ D. $\frac{x_2-x_1}{y_3-y_1}=\frac{5}{4}$
- 我国古代数学名著《九章算术》第六章“均输”中有这样一个问题:“今有五人分五钱,令上二人所得与下三人等.问:各得几何?”意思是:五个人分五钱(“钱”是古代的一种计量单位),每人所得依次相差一样多,前两人所得钱数与后三人所得钱数一样多,问每个人分得多少.在这个问题中分得最少的一人得到 ()
A. $\frac{1}{3}$ 钱 B. $\frac{2}{3}$ 钱
C. $\frac{5}{6}$ 钱 D. 1钱

- 等差数列 $\{a_n\}$ 的第3项为12,第6项为4,则此数列的第9项为_____.
- [2026·石家庄高二期末] 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, a_6, a_{10} 为方程 $x^2-4x+3=0$ 的两根,则 $a_8=$ _____.
- (13分)[2025·山西太原五中高二月考] 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列.
(1)若 $a_1-a_4+a_8-a_{12}+a_{15}=2$,求 a_3+a_{13} 的值;
(2)若 $a_{49}=80, a_{59}=100$,求 a_{79} .

10. (13分)[教材 P16 例 4 改编] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为正数, a_2 与 a_8 的等差中项为 8, 且 $a_3 a_7 = 28$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

(2) 从 $\{a_n\}$ 中依次取出第 3 项, 第 6 项, 第 9 项, $\dots$, 第 $3n$ 项, 按照原来的顺序组成一个新数列 $\{b_n\}$, 判断 938 是不是数列 $\{b_n\}$ 中的项? 并说明理由.

13. [2026 · 湖南长沙南雅中学月考] 已知数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 满足 $a_n = \log_2 b_n, n \in \mathbf{N}^*$, 其中 $\{a_n\}$ 是等差数列, 且 $b_2 \cdot b_{2025} = 4$, 则 $a_1 + a_2 + \dots + a_{2026} =$ _____.

14. (15分) 有一批电器原销售价为每台 800 元, 在甲、乙两家商场均有销售. 甲商场用如下方法促销: 买一台单价为 780 元, 买两台单价为 760 元, 以此类推, 每多买一台则单价减少 20 元, 但单价最少不低于 440 元; 乙商场一律按原价的 75% 销售. 某单位需购买一批此类电器, 去哪一家商场购买花费较少?

素养提能

11. [2025 · 四川成都七中高二月考] 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2n - 1$, 数列 $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n = 3n - 2$, 由这两个数列的公共项按从小到大的顺序排列得到的数列为 $\{c_n\}$, 则数列 $\{c_n\}$ 的通项公式为 ()

- A. $c_n = 3n - 2$
B. $c_n = 4n - 2$
C. $c_n = 5n - 4$
D. $c_n = 6n - 5$

12. (多选题) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 > 0$, 且 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{101} = 0$, 则 ()

- A. $a_1 + a_{101} > 0$ B. $a_1 + a_{101} < 0$
C. $a_3 + a_{99} = 0$ D. $a_{51} < a_{50}$

思维探究

15. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差不为 0, $a_{2024} = 0$, 给定正整数 m , 使得对任意的 $n \in \mathbf{N}^* (n < m \text{ 且 } m > 2)$ 都有 $a_1 + a_2 + \dots + a_n = a_1 + a_2 + \dots + a_{m-n}$ 成立, 则 m 的值为 ()
- A. 4047 B. 4046
C. 2024 D. 4048

4.2.2 等差数列的前 n 项和公式

第1课时 等差数列的前 n 项和公式

基础夯实

1. 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 $a_1=4, a_5=12$, 则 S_6 等于 ()
A. 56 B. 53
C. 55 D. 54
2. [2025·福建五校高二期中] 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_{11}=8$, 则 $S_{21}=$ ()
A. 168 B. 196
C. 200 D. 210
3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=24-3n$, 则该数列的前 n 项和 S_n 取得最大值时, $n=$ ()
A. 7 B. 8
C. 7 或 8 D. 9
4. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+a_3+a_5=12$, $a_{10}+a_{11}+a_{12}=24$, 则 $\{a_n\}$ 的前 13 项的和为 ()
A. 12 B. 36
C. 78 D. 156
5. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1=13, 3a_2=11a_6$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 的最大值为 ()
A. 98 B. 50
C. 49 D. 7
6. (多选题) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 公差为 d , 若 $a_1=30, S_{12}=S_{19}$, 则 ()
A. $d=-2$ B. $S_n \leq S_{15}$
C. $a_{15}=2$ D. $S_{30}=0$
7. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_3+a_4=8, 2a_2+a_5=6$, 则 $\frac{S_9}{9}=$ _____.

8. [2025·广东惠州一中高二检测] 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n, a_1=25, S_{17}=S_9$, 若 $S_m=S_{14} (m \in \mathbf{N}^*, m \neq 14)$, 则 m 的值为 _____.
9. (13 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 前 n 项和为 S_n .
(1) 若 $a_1=\frac{5}{6}, a_n=-\frac{3}{2}, S_n=-5$, 求 n 和 d ;
(2) 若 $a_6=10, S_5=5$, 求 a_8 和 S_{10} .
(3) 若 $S_5=24$, 求 a_2+a_4 .

10. (13分)[2026·山东菏泽一中高二月考] 在等差数列 $\{a_n\}$ 中,已知 $a_5 = \frac{15}{7}, a_{10} = -\frac{10}{7}$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式及前 n 项和 S_n ;
(2)求数列 $\{|a_n|\}$ 的前 n 项和 T_n .

13. [2026·重庆巴蜀中学高二月考] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,且 $a_2 + a_7 + a_{15} < a_3, S_{12} > S_9$,则当 $S_n > 0$ 时, n 的最小值为_____.

14. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n, a_1 = 2$,且 $na_{n+1} = (n+1)a_n$,则 $\frac{S_n+9}{a_n}$ 的最小值为_____.

思维探究

15. (15分)[2025·河南新乡高二联考] 已知数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = \frac{3}{5}, b_{n+1} = 2 - \frac{1}{b_n}, n \in \mathbf{N}^*$,数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = \frac{2}{b_n - 1}, n \in \mathbf{N}^*$.

(1)证明数列 $\{a_n\}$ 是等差数列并求其通项公式.

(2)设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,问 S_n 是否存在最小值?若存在,求出 S_n 的最小值及取得最小值时 n 的值;若不存在,请说明理由.

素养提能

11. 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, T_n 是数列 $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 的前 n 项和,若 $S_7 = 7, S_{15} = 75$,则 $T_n =$ ()

A. $\frac{n^2 - 9n}{4}$ B. $\frac{n^2 + 9n}{4}$
C. $\frac{n^2 - 3n}{4}$ D. $\frac{n^2 + 3n}{4}$

12. (多选题)[2025·宁夏银川一中高二月考] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为 a_1 ,公差为 d ,其前 n 项和为 S_n ,若 $S_8 < S_6 < S_7$,则下列说法正确的是 ()

- A. 当 $n=7$ 时, S_n 最大
B. 使得 $S_n < 0$ 成立的最小自然数 $n=13$
C. $|a_6 + a_7| < |a_8 + a_9|$
D. 数列 $\left\{\frac{S_n}{a_n}\right\}$ 中的最小项为 $\frac{S_8}{a_8}$

第2课时 等差数列的前 n 项和的性质及实际应用

基础夯实

- [2026·江苏南京金陵中学高二月考] 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_m = 2$, $S_{2m} = 17$, 则 $S_{3m} =$ ()
A. 42 B. 44
C. 45 D. 与 m 有关
- 为了让自己渐渐养成爱运动的习惯, 小张 11 月 1 日运动了 2 分钟, 从第二天开始, 每天运动的时长比前一天多 2 分钟, 则从 11 月 1 日到 11 月 15 日, 小张运动的总时长为 ()
A. 3.5 小时 B. 246 分钟
C. 4 小时 D. 250 分钟
- 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = a_n + 6$, 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 $\frac{S_{2025}}{2025} - \frac{S_{2023}}{2023} =$ ()
A. 12 B. 6
C. 3 D. 2
- [2026·重庆江津区高二期中] 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $\frac{S_3}{S_6} = \frac{1}{4}$, 则 $\frac{S_6}{S_{12}} =$ ()
A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{1}{8}$
C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{9}$
- [2026·浙江宁波中学高二月考] 设等差数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n , T_n , 且 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{2n+3}{4n-3}$, 则 $\frac{a_8}{b_8} =$ ()
A. $\frac{11}{19}$ B. $\frac{31}{53}$
C. $\frac{35}{61}$ D. $\frac{37}{65}$
- 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_5 < 0$, $a_6 > 0$, 且 $a_6 > |a_5|$, S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 则下列说法正确的是 ()
A. S_1, S_2, S_3 均小于 0, $S_4, S_5, S_6, \dots$ 均大于 0
B. S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 均小于 0, $S_6, S_7, \dots$ 均大于 0
C. $S_1, S_2, \dots, S_9$ 均小于 0, $S_{10}, S_{11}, \dots$ 均大于 0
D. $S_1, S_2, \dots, S_{11}$ 均小于 0, $S_{12}, S_{13}, \dots$ 均大于 0
- [2026·广东佛山高级中学高二月考] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_4 = 1$, $S_8 = 4$, 则 $a_{17} + a_{18} + a_{19} + a_{20} =$ _____.
- 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $S_{10} = 120$, 在 $\{a_n\}$ 的前 10 项中, 令 $S_{\text{奇}} = a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9$, $S_{\text{偶}} = a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10}$, 且 $\frac{S_{\text{奇}}}{S_{\text{偶}}} = \frac{11}{13}$, 则公差 $d =$ _____.
- (13 分)(1) 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $\frac{a_3}{a_5} = \frac{9}{5}$, 求 $\frac{S_5}{S_9}$ 的值.
(2) 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $S_{10} = 100$, $S_{100} = 10$, 求 S_{110} .

10. (13分)[教材 P23 练习 T5] 已知一个等差数列的项数为奇数, 其中所有奇数项的和为 290, 所有偶数项的和为 261, 求此数列中间一项的值以及此数列的项数.

13. 已知 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $S_n = m, S_m = n (n \neq m)$, 则 $S_{m+n} =$ _____.

14. (15分) 某公司今年初用 25 万元引进一种新的设备, 投入设备后每年收益为 21 万元. 同时, 公司每年需要付出设备的维修和工人工资等费用, 第一年总费用为 2 万元, 第二年总费用为 4 万元, 以后每年总费用都增加 2 万元.

(1) 引进这种设备后, 求该公司使用这种设备第 $n (n \leq 18)$ 年后所获的利润 $f(n)$;

(2) 这种设备使用多少年, 该公司的年平均获利最大?

素养提能

11. 已知 S_n, T_n 分别是等差数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的前 n 项和, 且 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{2n+1}{4n-2} (n \in \mathbf{N}^*)$, 则

$$\frac{a_3}{b_4+b_7} + \frac{a_8}{b_5+b_6} = \quad (\quad)$$

- A. $\frac{7}{10}$ B. $\frac{11}{18}$
C. $\frac{21}{38}$ D. $\frac{17}{30}$

12. (多选题) 已知等差数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n, T_n , 则下列结论正确的有 ()

- A. 若 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{1}{2n-1}$, 则 $\{a_n\}$ 为常数列
B. 若 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{1}{2n-1}$, 则 $\{b_n\}$ 为常数列
C. 若 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{n+1}{2n-1}$, 则 $\frac{a_4}{b_5} = \frac{8}{17}$
D. 若 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{n+1}{2n-1}$, 则 $\{a_nb_n\}$ 是递增数列

思维探究

15. 已知等差数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 A_n 和 B_n , 若 $\frac{A_n}{B_n} = \frac{3n+75}{2n+5}$, 则满足 $\frac{a_{2n}}{b_n} \in \mathbf{Z}$ 的正整数 n 有 ()

- A. 1 个 B. 2 个
C. 5 个 D. 6 个

滚动习题（一） [范围 4.1~4.2]

（分值：100 分）

一、选择题：本题共 7 小题，每小题 5 分，共 35 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 数列 $-1, 3, -5, 7, -9, \dots$ 的一个通项公式为 ()

A. $a_n = -2n + 1$

B. $a_n = (-1)^n \cdot 2n + 1$

C. $a_n = (-1)^n \cdot (2n + 1)$

D. $a_n = (-1)^n \cdot (2n - 1)$

2. [2025·山东烟台四中高二期末] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $a_6 + a_8 = 8$ ，则 $S_{13} =$ ()

A. 52

B. 104

C. 112

D. 120

3. [2025·重庆南开中学高二期中] 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2, a_n = a_{n-1} + n (n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*)$ ，则 $a_4 =$ ()

A. 10

B. 11

C. 12

D. 13

4. 如图所示，已知某梯子共有 5 级，从上往下数，第 1 级的宽度为 35 厘米，第 5 级的宽度为 43 厘米，且各级的宽度从小到大构成等差数列，则第 3 级的宽度是 ()

A. 39 厘米

B. 40 厘米

C. 41 厘米

D. 42 厘米



5. [2025·洛阳强基联盟高二联考] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $S_{10} = 20$ ，则 $a_5 a_6$ 的最大值为 ()

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n \left(\frac{2}{3}\right)^n$ ，则数列 $\{a_n\}$ 中的最大项为 ()

A. $\frac{8}{9}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{64}{81}$

D. $\frac{125}{243}$

7. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $S_k = 1, S_{4k} = 16$ ，则 $S_{6k} =$ ()

A. 18

B. 36

C. 40

D. 42

二、选择题：本题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

8. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = \frac{1}{3}, a_2 + a_4 = 4$ ，则下列结论正确的是 ()

A. 等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 $\frac{5}{6}$

B. 等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{2}{3}n + \frac{1}{3}$

C. 等差数列 $\{a_n\}$ 是一个递增数列

D. 35 是数列 $\{a_n\}$ 中的项

9. 记等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $S_9 = 27, a_2 + a_{10} = 10$ ，则 ()

A. $a_1 = -5$

B. $S_6 = 2$

C. $S_n \geq S_3$

D. $S_7 = a_7$

三、填空题：本题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分。

10. 设 $\{a_n\}$ 是递增的等差数列，其前三项的和为 12，前三项的积为 48，则它的首项是_____。

11. [2026·福建泉州高二月考] 已知等差数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n, T_n ，若 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{2n}{3n-1}$ ，则 $\frac{a_5^2}{b_2 b_8} =$ _____。

四、解答题：本题共 3 小题，共 43 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

- 12.** (13 分)[2026 · 广东东莞实验中学高二期中] 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 + 1$.
(1) 试写出数列 $\{a_n\}$ 的前 3 项, 并判断数列 $\{a_n\}$ 是否为等差数列;
(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

- 13.** (15 分)[2025 · 江苏镇江中学高二期中] 记等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $S_3 = -15$, 且 $a_1, a_3, -a_4$ 成等差数列.
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式, 并求 S_n 取得最小值时 n 的值;
(2) 求数列 $\{|a_n|\}$ 的前 16 项和 T_{16} .

- 14.** (15 分) 已知等差数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式分别为 $a_n = 3n + 4, b_n = 2n + 5$, 将集合 $\{x | x = a_n, n \in \mathbf{N}^*\} \cup \{x | x = b_n, n \in \mathbf{N}^*\}$ 中的元素按从小到大的顺序排列, 构成数列 $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n, \dots$.
(1) 求 c_1, c_2, c_3, c_4 ;
(2) 求证: 在数列 $\{c_n\}$ 中, 但不在数列 $\{b_n\}$ 中的项恰为 $a_2, a_4, a_6, \dots, a_{2n}, \dots$;
(3) 求数列 $\{c_n\}$ 的通项公式.

4.3 等比数列

4.3.1 等比数列的概念

第1课时 等比数列的概念与通项公式

基础夯实

- 下列数列为等比数列的是 ()
 - $0, 1, 2, 4, \dots$
 - $2^2, 4^2, 6^2, 8^2, \dots$
 - $q-1, (q-1)^2, (q-1)^3, (q-1)^4, \dots$
 - $\frac{1}{a}, \frac{1}{a^2}, \frac{1}{a^3}, \frac{1}{a^4}, \dots$
- [2025·湖南永州一中高二月考] 方程 $x^2 - 5x + 4 = 0$ 的两根的等比中项是 ()
 - 2 和 2
 - 1 和 4
 - 2 和 4
 - 2 和 1
- [2025·河南九师联盟高二月考] 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2, a_n = \frac{1}{2}a_{n+1}$, 则 $a_5 =$ ()
 - $\frac{1}{16}$
 - $\frac{1}{8}$
 - 16
 - 32
- [2026·河南信阳高级中学高二月考] 在 1 与 64 之间插入 3 个正数, 使这 5 个数依次成等比数列, 则该数列的公比为 ()
 - 2
 - $2\sqrt{2}$
 - 4
 - 8
- [2025·浙江余姚中学高二期中] 已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 3 项和为 21, 且 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} = \frac{7}{12}$, 则 $a_2 =$ ()
 - 6
 - 4
 - $\frac{3}{2}$
 - 2
- 已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 前 n 项和为 S_n , 则“ $q > 1$ ”是“ $S_{2024} + S_{2026} > 2S_{2025}$ ”的 ()
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分也不必要条件
- 已知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, 若 $a_4 = 27a_1, a_2 = 2$, 则 $a_3 =$ _____.
- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 = 1, 2S_n = a_{n+1}$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 _____.
- (13 分)(1) 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 + a_5 = 18, a_3 + a_6 = 9$, 若 $a_m = 1$, 求 m 的值.
(2) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 且 $a_1 + a_3 = 10, 4a_3^2 = a_2 \cdot a_6$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

10. (13分) 已知各项都为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1, a_n^2 - (2a_{n+1}-1)a_n - 2a_{n+1}=0$.
- (1) 求 a_2, a_3 ;
- (2) 求证 $\{a_n\}$ 是等比数列, 并求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $\sqrt{S_{n+1}} = 2\sqrt{S_n}, a_1=1$, 则 $\{a_n\}$ 的通项公式为 _____.
14. (15分) 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $a_n > 0, a_2 = a_1(1-a_1)$, 且数列 $\{\sqrt{1-S_n}\}$ 是等比数列, 证明: $\{a_n\}$ 是等比数列.

素养 提能

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, 首项为 a_1 , 公比为 q , 则“ $a_1(q-1) < 0$ ”是“数列 $\{a_n\}$ 是递减数列”的 ()
- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
12. (多选题) 已知数列 $\{a_n\}$, 则下列说法不正确的是 ()
- A. 若 $a_n^2 = 4^n, n \in \mathbf{N}^*$, 则 $\{a_n\}$ 为等比数列
B. 若 $a_n a_{n+2} = a_{n+1}^2, n \in \mathbf{N}^*$, 则 $\{a_n\}$ 为等比数列
C. 若 $a_m a_n = 2^{m+n}, m, n \in \mathbf{N}^*$, 则 $\{a_n\}$ 为等比数列
D. 若 $a_n a_{n+3} = a_{n+1} a_{n+2}, n \in \mathbf{N}^*$, 则 $\{a_n\}$ 为等比数列

思维 探究

15. 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1, a_2=\sqrt{e}, a_n^2 \sqrt{a_{n-2}} = a_{n-1}^2 (n \geq 3, n \in \mathbf{N}^*)$, 则 $\ln a_{2026} - \frac{1}{2} \ln a_{2025}$ 的值为 _____.